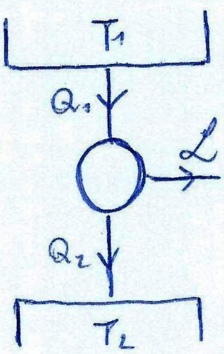
Processi di conversione energetica

Il secondo Principio ci dice che esistono trasformazioni possibili ed impossibili. Una trasformazione è possibile solo se dà un valore positivo o nullo della traccia termodinamica:

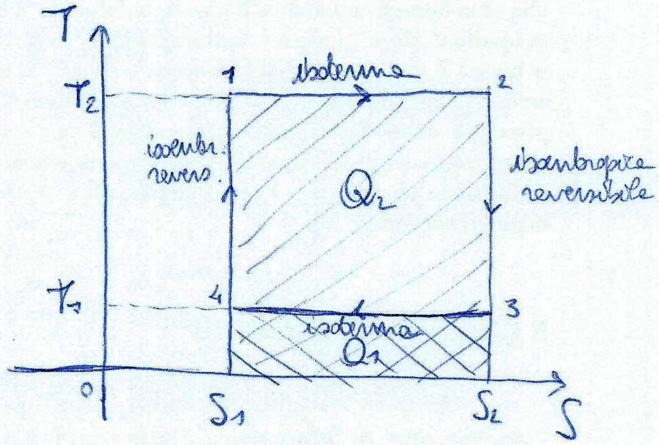
$$G_e = -\oint \frac{dQ}{T} \geq 0$$

L'enunciato di tale principio è strettamente legato all'applicazione tecnica: non si può costruire una macchina che realizzi un processo ciclico motore monotermodiabatico, cioè operante con una sola sorgente.

Non ci rimane allora che costruire una macchina che operi tra due sorgenti. La più immediata è quella che descrive il ciclo motore semplice o ciclo di Carnot:



$T_1 > T_2$



Applichiamo i due Principi:

I) $\mathcal{L} = Q_1 + Q_2$

II) $\dfrac{Q_1}{T_1} + \dfrac{Q_2}{T_2} = 0$

$\left(\text{o } \dfrac{Q_1}{T_1} + \dfrac{Q_2}{T_2} \leq 0 \right)$ per non reversibilità

Partendo dal secondo facciamo alcuni passaggi matematici:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_1} - \frac{Q_2}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0 \Rightarrow \frac{Q_1 + Q_2}{T_1} + Q_2\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{\mathcal{L}}{T_1} + Q_2 \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1 \cdot T_2} \leq 0 \Rightarrow Q_2 \leq -\frac{\mathcal{L}\, T_2}{T_1 - T_2}$$

Per ipotesi si hanno $\mathcal{L} > 0$, $T_2 > 0$, $T_1 - T_2 > 0$. Quindi:

$$-\frac{\mathcal{L}\, T_2}{T_1 - T_2} < 0 \Rightarrow Q_2 < 0$$

Inizialmente non abbiamo fatto alcuna ipotesi sul segno dei calori scambiati. Ora abbiamo scoperto, come era prevedibile, che $Q_2 < 0$. Così sappiamo anche in che direzione si devono effettuare gli scambi per ottenere lavoro con continuità.

Frazione utilizzata ed utilizzabile per un ciclo motore

Possiamo esprimere la prestazione di un sistema che compie un ciclo motore usando la frazione utilizzata, ovvero il rapporto tra lavoro prodotto e calore fornito:

$$\eta = \frac{\mathcal{L}}{Q_1} \quad \text{sostituendo } \mathcal{L} = Q_1 + Q_2 : \quad \eta = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

Sfruttando il secondo Principio, per ciclo ideale:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = -\frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \eta_0 = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Mentre η è la frazione utilizzata, η_0 è la frazione utilizzabile; è il miglior risultato che si possa ottenere da un ciclo motore e vale a livello ideale.

Per un ciclo reale invece si ha:

$$\eta = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}, \quad \sigma_e = -\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} \Rightarrow \frac{Q_2}{T_2} = -\sigma_e - \frac{Q_1}{T_1} \Rightarrow Q_2 = T_2\left(-\sigma_e - \frac{Q_1}{T_1}\right)$$

Sostituendo in η:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{Q_1}\left(\sigma_e + \frac{Q_1}{T_1}\right) = 1 - \frac{T_2}{T_1} - \sigma_e \cdot \frac{T_2}{Q_1}$$

Notiamo che se $\sigma_e = 0 \Rightarrow \eta = \eta_0 = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow$ ciclo reversibile. Si dice che $\frac{T_2}{T_1}$ è l'effetto Carnot e $\frac{T_2}{Q_1}$ è l'effetto Clausius. Avendo $T_2 > 0$, $Q_1 > 0$ e $\sigma_e > 0$, sicuramente $-\sigma_e \frac{T_2}{Q_1}$ è negativo. Quindi la frazione utilizzata è sempre minore (o uguale) a quella utilizzabile. L'effetto Carnot è sempre presente poiché $T_2 \neq 0$ e T_1 può essere grandissima, ma non infinita.

Il calore Q_1 fornito dalla sorgente a temperatura superiore si ritrova diviso in due parti:

lavoro meccanico netto

$$\mathcal{L} = \eta Q_1$$

calore versato alla sorgente inferiore, Q_2, a sua volta diviso in:

effetto Carnot

$$\frac{T_2}{T_1} \cdot Q_1$$

effetto Clausius (wasted energy)

$$\cancel{Q_1} \cdot \frac{\sigma_e}{\cancel{Q_1}} \cdot T_2 = \sigma_e T_2$$

Per avere un'idea di quanto un ciclo si allontani dalla reversibilità si definisce il rendimento alla Clausius, cioè il rapporto tra frazione utilizzata e frazione utilizzabile:

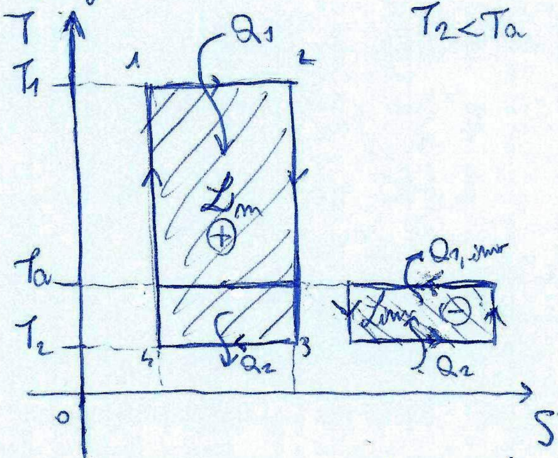
$$\rho = \frac{\eta}{\eta_0} = \frac{1 - \frac{T_2}{T_1} - \sigma_e \frac{T_2}{Q_1}}{1 - \frac{T_2}{T_1}} = 1 - \frac{\sigma_e}{\eta_0} \cdot \frac{T_2}{Q_1}$$

Talvolta η viene chiamato "rendimento", anche se tale uso è, a rigore, improprio.

Qualità dell'energia termica

Una volta fissate T_1 e T_2 non è più possibile modificare l'effetto Carnot, mentre si può ancora ridurre l'effetto Clausius riducendo le irreversibilità.

Se invece dobbiamo ancora fissare le temperature, potremmo pensare che riducendo la temperatura inferiore si possa aumentare la frazione utilizzata. Ciò è vero, ma fino a che punto è possibile diminuire la temperatura inferiore? Fino a quella ambiente, che è la sorgente universalmente sfruttata. Non c'è infatti convenienza a raffreddare la sorgente inferiore con un ciclo frigo:



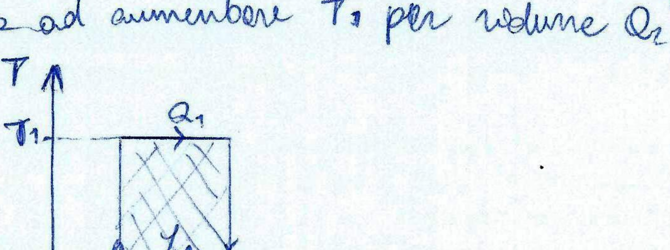
$T_2 < T_a$

Per operare a $T_2 < T_a$ bisogna sottrarre il calore Q_2 dall'ambiente a T_a usando il ciclo inverso. Il sistema complessivo sarà costituito da due cicli: quello che opera tra le temperature T_1 e $T_2 < T_a$ e l'altro che sottrae il calore Q_2 dal ciclo motore e lo cede all'ambiente.

Risulta quindi $\eta_0 = \frac{L}{Q_1} = \frac{L_m - |L_{inv}|}{Q_1}$, cioè il lavoro utile è quello di un ciclo operante tra T_1 e T_a! È evidente anche osservando le aree del grafico T,S. Quindi l'ambiente pone il seguente limite invalicabile:

$$(\eta_0)_{max} = 1 - \frac{T_a}{T_1}$$

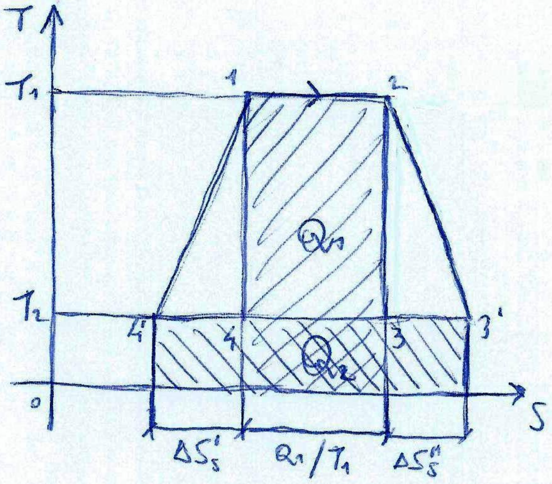
Esiste dunque, data una certa quantità di calore Q_1 fornita dalla sorgente superiore, una porzione di Q_1 convertibile in lavoro meccanico, l'energia utilizzabile ("available energy"), e un'altra porzione non convertibile, detta exergia ("unavailable energy"). Sempre considerando T_a, essa impone $Q_2 = T_a \frac{Q_1}{T_1}$ (effetto Carnot). Pensiamo allora ad aumentare T_1 per ridurre Q_2!



Le due aree sono equivalenti, quindi $Q_1 = Q_1'$. Tuttavia $L_1 > L_1'$, cioè si produce più lavoro se la temperatura a cui è disponibile il calore è più elevata. Quindi il calore a più alta temperatura è di migliore qualità. In ogni caso la temperatura T_1 ha il limite superiore nei materiali di cui son fatti gli impianti! Essi hanno sempre, per quanto elevato, un punto di fusione.

Il ciclo motore di Carnot reale

Consideriamo un ciclo di Carnot reale, cioè con irreversibilità. Supponiamole distribuite solo lungo le adiabatiche. Il lavoro non sarà più proporzionale all'area sottesa dal grafico:



Per la trasformazione 1-2 si ha $\Delta S_{1,2} = \frac{Q_1}{T_1}$. Per arrivare al punto 3' bisognerà conoscere $\Delta S_S''$, così come per arrivare al punto 4' deve essere nota $\Delta S_S'$

Si ha in definitiva:

$$Q_2 = -\left(\Delta S_S' + \frac{Q_1}{T_1} + \Delta S_S''\right) T_2$$

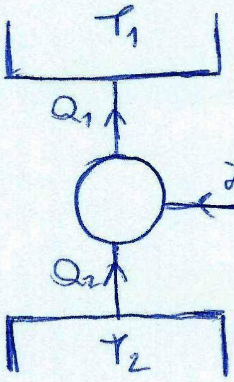
Il lavoro netto si ottiene sottraendo al calore Q_1 il calore Q_2:

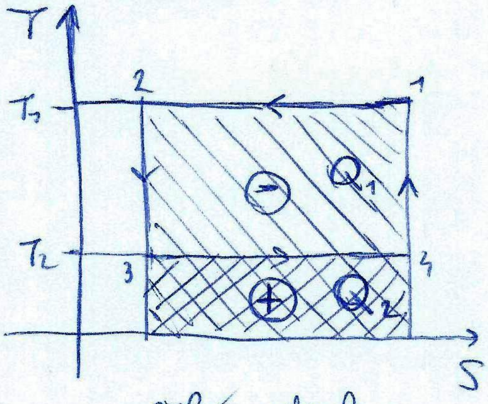
$$L = Q_1 + Q_2$$

Il grafico permette di visualizzare la parte di Q_1 non utilizzata per effetto Carnot, $T_2 \cdot \frac{Q_1}{T_1}$ e quella non utilizzata per effetto Clausius, $T_2 \Delta S_S' + T_2 \Delta S_S''$.

Il ciclo semplice inverso o inverso di Carnot

Gli scambi di calore e lavoro cambiano segno: si fornisce una certa quantità di lavoro al sistema affinché esso sottragga del calore Q_2 dalla sorgente più fredda e la porti a quella più calda. Schematicamente e graficamente:





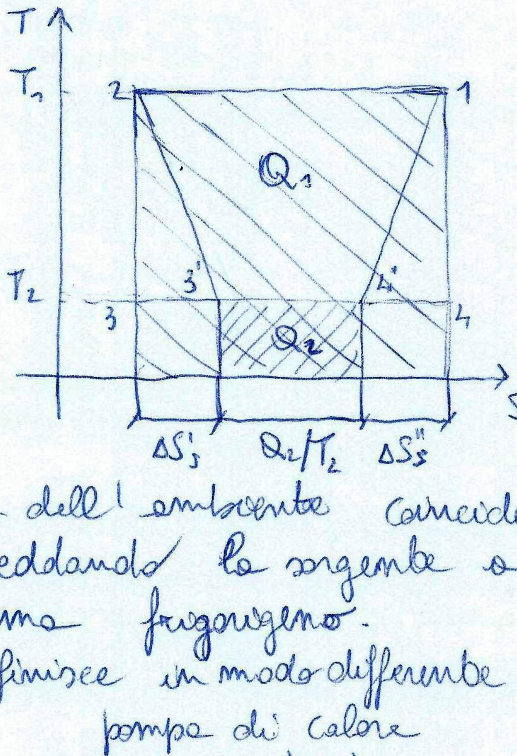
ciclo ideale

$$\mathcal{L} = Q_1 + Q_2$$
$$\mathcal{L} < 0$$

oppure:

$$|Q_1| = Q_2 + |\mathcal{L}|$$

Per il ciclo reale bisogna conoscere le produzioni entropiche dovute alle irreversibilità:



$$Q_1 = -T_1\left(\Delta S_s' + \frac{Q_2}{T_2} + \Delta S_s''\right)$$

Il ciclo inverso descrive due tipi di macchine a seconda dello scopo che si vuole raggiungere. Se la temperatura dell'ambiente coincide con quella inferiore T_2, il ciclo sta riscaldando la sorgente a T_1 e quindi rappresenta una pompa di calore. Se invece la temperatura dell'ambiente coincide con quella superiore T_1, il ciclo sta raffreddando la sorgente a T_2 e rappresenta dunque un sistema frigorifero.

Si definisce in modo differente il coefficiente di prestazione (COP):

pompa di calore
$$COP_{HP} = \frac{|Q_1|}{|\mathcal{L}|}$$

frigorifero
$$COP_f = \frac{Q_2}{|\mathcal{L}|}$$

Si ha, per i due Principi:

$$|\mathcal{L}| = |Q_1| - Q_2 \qquad \text{e} \qquad \frac{|Q_1|}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Da cui (nel caso ideale):

$$COP_f = \frac{Q_2}{|\mathcal{L}|} = \frac{Q_2}{|Q_1| - Q_2} = \frac{\cancel{Q_2}}{\cancel{Q_2}\left(\frac{|Q_1|}{Q_2} - 1\right)} = \frac{1}{\frac{T_1}{T_2} - 1} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

$$COP_{HP} = \frac{|Q_1|}{|\mathcal{L}|} = \frac{|Q_1|}{|Q_1| - Q_2} = \frac{\cancel{|Q_1|}}{\cancel{|Q_1|}\left(1 - \frac{Q_2}{|Q_1|}\right)} = \frac{1}{1 - \frac{T_2}{T_1}} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_2} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} =$$
$$= 1 + \frac{T_2}{T_1 - T_2} = 1 + COP_f$$

Sia il frigorifero che le pompe di calore sono tanto meno efficienti quanto più alta è la differenza di temperatura nella quale operano. Tuttavia a parità di T_1 e T_2 $COP_{HP} > COP_f$.

Si definisce inoltre il consumo meccanico specifico, che è il reciproco del coefficiente di prestazione frigorifero:

$$\gamma = \frac{|L|}{Q_2} = -\frac{Q_1+Q_2}{Q_2} = -\frac{Q_1}{Q_2} - 1$$

Infatti per il I Principio $|L| = |Q_1 + Q_2| = -Q_1 - Q_2$. Invece per il II Principio:

$$\sigma_e = -\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} \Rightarrow Q_1 = -T_1\left(\frac{Q_2}{T_2} + \sigma_e\right)$$

Sostituendo in γ:

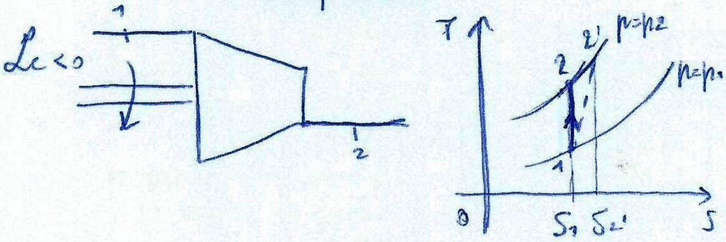
$$\gamma = -\frac{Q_1}{Q_2} - 1 = +\frac{T_1}{Q_2}\left(\sigma_e + \frac{Q_2}{T_2}\right) - 1 = \frac{T_1}{T_2} + \sigma_e \frac{T_1}{Q_2} - 1$$

Ritroviamo l'effetto Carnot, $\frac{T_1}{T_2}$, e quello Clausius $\left(\frac{T_2}{Q_2}\right)$

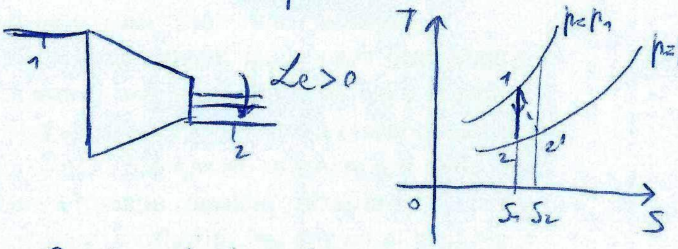
Rendimento isoentropico di espansione e di compressione

Per valutare l'efficienza di espansori e compressori si introducono i rendimenti isoentropici ad essi relativi. Si confronta la trasformazione reale che presenta produzione di entropia con quella ideale isoentropica per l'espansore, viceversa per il compressore:

Compressore



Espansore



Rendimento isoentropico di compressione:

$$\rho_c = \frac{H_2 - H_1}{H_{2'} - H_1} \Rightarrow H_{2'} = H_1 + \frac{H_2 - H_1}{\rho_c}$$

Rendimento isoentropico di espansione:

$$\rho_e = \frac{H_{2'} - H_1}{H_2 - H_1} \Rightarrow H_{2'} = H_1 + \rho_e (H_2 - H_1)$$